G7-1

離散値ベクトル再構成手法と その通信応用

〇早川 諒
京都大学大学院 情報学研究科
rhayakawa@sys.i.kyoto-u.ac.jp

林 和則
大阪市立大学大学院 工学研究科
kazunori@eng.osaka-cu.ac.jp

1. はじめに

成分が離散値をとるベクトルをその線形観測から再構成する問題（離散値ベクトル再構成）は，無線通信においてよく現れる．本稿では，凸最適化に基づく離散値ベクトル再構成手法について説明する．また，その無線通信における応用例として，MIMO（Multiple-Input Multiple-Output）信号検出[1]と非直交 STBC（Space-Time Block Code）の復号[2]について述べる．

2. 離散値ベクトル再構成

離散値ベクトル再構成は，成分が離散値をとるベクトル $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^N$ を，その線形観測

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^M$$

から再構成する問題である．ここで，$\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{M\times N}$ は観測行列であり，$\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^M$ は雑音ベクトルである．本稿では，簡単のため $\boldsymbol{x} \in \{1,-1\}^N$ の場合を考える．

離散値ベクトル再構成においては，最尤推定の考えに基づいて最適化問題

$$\min_{\boldsymbol{s} \in \{-1,1\}^N} \frac{1}{2} \| \boldsymbol{y} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{s} \|_2^2$$

を解くことにより最適な誤り率特性を達成可能である．ところが，上記の最適化問題は組合せ最適化問題であり，厳密に解くためには $\boldsymbol{s} \in \{-1,1\}^N$ の 2^N 個の候補をすべて調べる必要があるため，N が大きい場合には計算量が膨大になってしまう．

N が大きい場合に最尤推定よりも少ない計算量で再構成を行うため，凸最適化に基づくアプローチがいくつか提案されている．Box 緩和法[3]では，Box 制約 $\boldsymbol{s} \in [-1,1]^N$ を用いた最適化問題

$$\min_{\boldsymbol{s} \in [-1,1]^N} \frac{1}{2} \| \boldsymbol{y} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{s} \|_2^2$$

を解くことによって再構成を行う．SOAV（Sum of Absolute Values）最適化[4]では，離散値ベクトルに対する正則化項を含む最適化問題

$$\min_{\boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^N} \frac{\alpha}{2} \| \boldsymbol{y} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{s} \|_2^2 + \frac{1}{2} \| \boldsymbol{s} + \boldsymbol{1} \|_1 + \frac{1}{2} \| \boldsymbol{s} - \boldsymbol{1} \|_1$$

を解く．ここで，$\alpha\,(>0)$ はパラメータである．$\boldsymbol{s} \in [-1,1]^N$ を満たさない $\boldsymbol{s}$ に対しては $\frac{1}{2} \| \boldsymbol{s} + \boldsymbol{1} \|_1 + \frac{1}{2} \| \boldsymbol{s} - \boldsymbol{1} \|_1$ の値が大きくなるので，この項は二値ベクトル $\boldsymbol{x} \in \{1,-1\}^N$ に対する正則化項と考えることができる．さらに[5]では，SOAV 最適化問題を拡張した重み付き SOAV 最適化問題

$$\min_{\boldsymbol{s} \in \mathbb{R}^N} \frac{\alpha}{2} \| \boldsymbol{y} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{s} \|_2^2 + \sum_{n=1}^{N} \left(w_n^- |s_n + 1| + w_n^+ |s_n - 1| \right)$$

が提案されており（w_n^+，w_n^- はパラメータ），w_n^+，w_n^- を更新しながら重み付き SOAV 最適化を繰り返し解くことで特性を改善できることが示されている．上記の凸最適化問題は，いずれも近接分離[6, 7]に基づく凸最適化アルゴリズムを用いて解くことができる．

3. 無線通信における応用例

3.1. MIMO 信号検出

送受信側双方で複数のアンテナを用いる MIMO 伝送[1]では，複数の送信アンテナから異なる信号を同時に送信することで，使用する周波数帯を増やすことなく通信路容量を増大させることができる．複数の送信シンボルを並べたベクトルを $\tilde{\boldsymbol{x}}$ とすると，受信信号を並べたベクトルは $\tilde{\boldsymbol{y}} = \tilde{\boldsymbol{A}}\tilde{\boldsymbol{x}} + \tilde{\boldsymbol{v}}$ と書ける．ここで，$\tilde{\boldsymbol{A}}$ は通信路行列であり，$\tilde{\boldsymbol{v}}$ は雑音ベクトルである．送信されるシンボルは通常離散値をとるため，受信側で送信信号を推定する問題である MIMO 信号検出は離散値ベクトル再構成として捉えられる．

受信アンテナの数が送信ストリームの数よりも少ない MIMO 伝送は過負荷 MIMO [8]と呼ばれる．この場合 $M < N$ となるため，信号検出の問題は劣決定となり，多くの信号検出法の

特性は劣化する．[5]では，重み付き SOAV 最適化を繰り返し解く過負荷 MIMO 信号検出法が提案されており，受信アンテナの数が不十分な場合でも比較的良好な特性を達成可能であることが示されている．

3.2. 非直交 STBC の復号

MIMO 伝送において高レートと高ダイバーシチの両方を達成するための符号として，非直交 STBC [2]が検討されている．MIMO 伝送において非直交 STBC を復号する問題も，離散値ベクトル再構成として定式化できる．ただし，その観測行列は MIMO 信号検出の場合とは異なった構造をもった行列となる．[9]にあるように，観測行列の特別な構造を利用して凸最適化に基づく手法の計算量を削減することが可能である．

4. おわりに

本稿では，離散値ベクトル再構成のための凸最適化に基づく手法について説明し，その無線通信への応用例として MIMO 信号検出と非直交 STBC の復号について述べた．このような送信シンボルの離散性を利用した信号処理手法は，観測の数が不十分な場合でも良好な特性を達成できることがあり，本稿で紹介したもの以外の無線通信の問題にも応用されている[10, 11]．近年の圧縮センシング[12]の発展を見てもわかるように線形観測によるモデル化は非常に汎用的であり，離散値ベクトル再構成の手法も広い応用をもつものと期待される．また，SOAV 最適化の特性の理論解析[13]や複素数版への拡張[14]もなされており，このような数理的な観点からの離散値ベクトル再構成に関する検討も興味深い課題である．

参考文献

[1] S. Yang and L. Hanzo, “Fifty years of MIMO detection: The road to large-scale MIMOs,” *IEEE Commun. Surv. Tutor.*, vol. 17, no. 4, pp. 1941–1988, Fourthquarter 2015.

[2] B. A. Sethuraman, B. S. Rajan, and V. Shashidhar, “Full-diversity, high-rate space-time block codes from division algebras,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2596–2616, Oct. 2003.

[3] P. H. Tan, L. K. Rasmussen, and T. J. Lim, “Constrained maximum-likelihood detection in CDMA,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 1, pp. 142–153, Jan. 2001.

[4] M. Nagahara, “Discrete signal reconstruction by sum of absolute values,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 22, no. 10, pp. 1575–1579, Oct. 2015.

[5] R. Hayakawa and K. Hayashi, “Convex optimization-based signal detection for massive overloaded MIMO systems,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 16, no. 11, pp. 7080–7091, Nov. 2017.

[6] P. L. Combettes and J.-C. Pesquet, “Proximal splitting methods in signal processing,” in *Fixed-Point Algorithms for Inverse Problems in Science and Engineering*, ser. Springer Optimization and Its Applications. New York, NY: Springer New York, 2011, vol. 49, pp. 185–212.

[7] 小野 峻佑, “近接分離アルゴリズムとその応用—信号処理・画像処理的観点から—,” *オペレーションズ・リサーチ*, vol. 64, no. 6, pp. 316–325, 2019 年 6 月.

[8] K. K. Wong, A. Paulraj, and R. D. Murch, “Efficient high-performance decoding for overloaded MIMO antenna systems,” *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 6, no. 5, pp. 1833–1843, May 2007.

[9] R. Hayakawa and K. Hayashi, “Discreteness-aware decoding for overloaded non-orthogonal STBCs via convex optimization,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 22, no. 10, pp. 2080–2083, Oct. 2018.

[10] H. Sasahara, K. Hayashi, and M. Nagahara, “Multiuser detection based on MAP estimation with sum-of-absolute-values relaxation,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 65, no. 21, pp. 5621–5634, Nov. 2017.

[11] H. Sasahara, K. Hayashi, and M. Nagahara, “Symbol detection for faster-than-Nyquist signaling by sum-of-absolute-values optimization,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 23, no. 12, pp. 1853–1857, Dec. 2016.

[12] K. Hayashi, M. Nagahara, and T. Tanaka, “A user’s guide to compressed sensing for communications systems,” *IEICE Trans. Commun.*, vol. E96-B, no. 3, pp. 685–712, Mar. 2013.

[13] R. Hayakawa and K. Hayashi, “Performance analysis of discrete-valued vector reconstruction based on box-constrained sum of L1 regularizers,” in *Proc. IEEE ICASSP*, May 2019.

[14] R. Hayakawa and K. Hayashi, “Reconstruction of complex discrete-valued vector via convex optimization with sparse regularizers,” *IEEE Access*, vol. 6, pp. 66499–66512, Dec. 2018.